

опытов необходимо было получить очень короткие электромагнитные волны, так как размеры кристаллов обычно не превышают нескольких сантиметров. С помощью миниатюрного искрового вибратора Лебедев получил волны с длиной около 6 мм — в сто раз короче волн Герца. С помощью таких волн он воспроизвел в кристаллах серы все явления двойного преломления, которые обычно наблюдают со световыми лучами. В частности, из кристаллов серы с эбонитовой прокладкой он изготовил прибор, вполне аналогичный *призме Николя*, применяемой в оптике для получения *поляризованного света*.

Опыты Герца сыграли решающую роль для доказательства и быстрого признания электродинамики Максвелла и электромагнитной теории света. Через семь лет после этих опытов (1895) электромагнитные волны нашли применение в *беспроволочной телеграфии и телефонии (радио)*. Пионером в этой области был наш соотечественник А. С. Попов.

### § 143. Волны вдоль проводов

1. Рассмотрим два одинаковых параллельных провода, в которых с помощью генератора могут возбуждаться переменные токи высокой частоты. Такие два провода называются *системой Лехера*. Связь проводов с генератором может быть либо *емкостной*, либо *индуктивной* (рис. 368). Примем, что по отношению к поперечным размерам системы выполнено условие квазистационарности. Это значит, что расстояние между проводами должно быть весьма мало по сравнению с длиной волны. В то же время будем предполагать провода длинными — на их длине должно укладываться по меньшей мере несколько волн. Поэтому электрические токи в проводах *не квазистационарны*, сила тока  $\mathcal{I}(x)$ , а также линейная плотность электрического заряда  $q(x)$  существенно меняются вдоль проводов (ось  $X$  направлена параллельно проводам). В силу предполагаемой симметрии ток  $\mathcal{I}(x)$ , текущий вдоль одного из проводов, равен и противоположно направлен току, текущему напротив него вдоль другого провода. Аналогичное утверждение относится к величинам зарядов на проводах и их знакам. Электрическое напряжение между проводами, измеренное вдоль перпендикуляра к ним, будем обозначать через  $V(x)$ . Указание «пути», вдоль которого измеряется напряжение, т. е. интеграл  $\int E dl$ , необходимо потому, что в переменном электромагнитном поле значение этого интеграла *зависит от формы пути*.

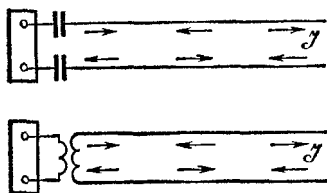


Рис. 368.

При изложении теории распространения волн вдоль проводов мы не будем пользоваться уравнением Максвелла с током смещения, а выберем более простой путь, которым пользовался еще Кирхгоф задолго до появления максвелловской теории. Наше рассмотрение применимо также к задаче о распространении волн вдоль кабеля, состоящего из двух коаксиальных цилиндрических проводов: наружного полого и помещенного внутри него сплошного, пространство между которыми заполнено однородным диэлектриком. Наружный проводник играет роль одного провода системы Лехера, внутренний — другого. Однако оно совсем неприменимо к линии, состоящей только из одного провода.

2. Возьмем на одном из проводов системы Лехера бесконечно малый участок  $dx$  (рис. 369). Через конец  $A$  за время  $dt$  внутрь рассматриваемого участка входит электрический заряд  $\mathcal{I}(x) dt$ , а через конец  $D$  выходит заряд  $\mathcal{I}(x + dx) dt$ . Избыток входящего электричества над выходящим составляет  $[\mathcal{I}(x) - \mathcal{I}(x + dx)] dt = -\frac{\partial \mathcal{I}}{\partial x} dx dt$ . Ту же величину можно представить в виде  $\dot{q} dx dt$ .

Таким образом,

$$\dot{q} = -\frac{\partial \mathcal{I}}{\partial x}. \quad (143.1)$$

Это уравнение выражает закон сохранения электрического заряда.

Применим теперь к контуру  $ADCB$  уравнение  $\oint E dl = -\frac{1}{c} \dot{\Phi} dx$ , где  $\Phi(x) dx$  — магнитный поток, пронизывающий этот контур. Имеем

$$\begin{aligned} \int_{DC} E dl &= V(x + dx), & \int_{BA} E dl &= -V(x), \\ \int_{DC+BA} E dl &= V(x + dx) - V(x) = \frac{\partial V}{\partial x} dx, \\ \int_{AD+CB} E dl &= R\mathcal{I} dx, \end{aligned}$$

где  $R dx$  — суммарное сопротивление элементов проводов  $AD$  и  $CB$ . Следовательно,

$$\frac{\partial V}{\partial x} + R\mathcal{I} = -\frac{1}{c} \dot{\Phi}. \quad (143.2)$$

Величины  $q$ ,  $\Phi$  и  $R$  суть заряд, магнитный поток и сопротивление единицы длины рассматриваемой *двухпроводной линии*. Во всем дальнейшем будем предполагать, что сопротивление  $R$  равно нулю. Используем теперь условие квазистационарности по отношению

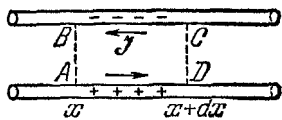


Рис. 369.

к поперечным размерам линии. При выполнении этого условия можно ввести емкость  $C$  и индуктивность  $L$  единицы длины линии. Эти величины определяются соотношениями

$$q = CV, \quad \Phi = L\mathcal{I}. \quad (143.3)$$

Исключив из уравнений (143.1) и (143.2) величины  $q$  и  $\Phi$ , при  $R = 0$  получим

$$\frac{\partial \mathcal{I}}{\partial x} = -C \frac{\partial V}{\partial t}, \quad \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{L}{c^2} \frac{\partial \mathcal{I}}{\partial t}. \quad (143.4)$$

Эти уравнения формально тождественны с уравнениями (139.3). Поэтому все следствия, полученные из уравнений (139.3), остаются справедливыми и для системы Лехера. Надо только сделать замену  $H \rightarrow \mathcal{I}$ ,  $E \rightarrow V$ ,  $\epsilon \rightarrow cC$ ,  $\mu \rightarrow L/c$ . Таким путем приходим к выводу, что напряжение и ток распространяются вдоль проводов в виде волны со скоростью

$$v = \frac{c}{\sqrt{LC}}. \quad (143.5)$$

В бегущей волне напряжение и ток связаны соотношением

$$V = \pm W\mathcal{I}, \quad (143.6)$$

где

$$W = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (143.7)$$

Величина  $W$  называется волновым сопротивлением линии. Знак плюс относится к волне, распространяющейся в положительном, а минус — в отрицательном направлении оси  $X$ . Аналогия формулы (143.6) с законом Ома чисто внешняя, так как  $V$  есть напряжение между проводами, т. е. вдоль прямой, перпендикулярной к току, тогда как в законе Ома речь идет о напряжении вдоль провода, по которому течет ток.

Для тонких цилиндрических проводов радиуса  $a$

$$L = 2\mu \ln \frac{d}{a}, \quad C = \frac{\epsilon}{2 \ln \frac{d}{a}}, \quad (143.8)$$

где  $d$  — расстояние между проводами. Поэтому формула (143.5) преобразуется в

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (143.9)$$

т. е.  $v$  совпадает со скоростью распространения волн в свободном пространстве.

3. Возможность распространения волн, к которой мы пришли на основе уравнений (143.1) и (143.2), может показаться неужи-

данной. Мы не вводили тока смещения, благодаря которому и возникает распространение электромагнитного поля в пространстве с конечной скоростью. Уравнения, которыми мы пользовались, не отличаются от уравнений домаксвелловской электродинамики с ее представлением о мгновенности распространения взаимодействий между зарядами и токами. Ответ на этот вопрос заключается в следующем. Из уравнения Максвелла с током смещения (82.1) или (82.1a), как известно, вытекает уравнение непрерывности, выражающее закон сохранения электрического заряда (см. § 82). Для решения некоторых частных задач это последнее уравнение может заменить уравнение Максвелла (82.1). Так обстоит дело в случае системы Лехера из двух одинаковых параллельных проводов. Но уравнение непрерывности *не специфично* для теории Максвелла, оно справедливо также и в теории действия на расстоянии. Вот почему теория действия на расстоянии привела в рассматриваемом вопросе к правильному решению — волне, распространяющейся с конечной скоростью. Однако необходимо заметить, что в этой теории речь идет не о распространении электромагнитного поля, а о распространении *электрических зарядов*, точнее, *состояния электризации* вдоль проводов. Возможность этого вполне совместима с представлением о действии на расстоянии, как видно из приведенного анализа. Электромагнитные же волны, распространяющиеся с конечной скоростью *в вакууме* или *в диэлектрической среде*, специфичны *только для максвелловской теории*. Разумеется, замена уравнения Максвелла с током смещения уравнением непрерывности допустима далеко не всегда. Даже и задача о системе Лехера, которую мы разобрали, для своего строгого и полного решения требует использования всей системы уравнений Максвелла.

4. Выше о форме колебаний и волн в системе Лехера не вводилось никаких предположений. Допустим теперь, что колебания и волны *синусоидальны*. Если волна *бегущая*, то ток  $\mathcal{I}$  и напряжение  $V$  колеблются в *одинаковых фазах*. Это непосредственно следует из соотношения (143.6), поскольку волновое сопротивление  $W$  — величина *вещественная*. В бегущей волне электрический и магнитный векторы перпендикулярны к проводам, а вектор Пойнтинга параллелен им. Поэтому возникает *поток энергии параллельно проводам*, как это и должно быть в бегущей волне.

В неограниченной линии, возбуждаемой с одного конца, всегда возникала бы бегущая волна. Пусть теперь линия *ограничена*. Тогда на ее концах в любой момент времени должны соблюдаться определенные граничные условия. Если концы обоих проводов *свободны*, то на этих концах должен обращаться в нуль *электрический ток*  $\mathcal{I}$ . Если же линия *закорочена* (т. е. ее концы соединены проводом с пренебрежимо малым сопротивлением  $R_1$ ), то на конце линии должно обращаться в нуль напряжение  $V$ . Действительно,

согласно закону Ома ток в соединительном проводе равен  $\mathcal{I} = V/R_1$ . Если бы напряжение  $V$  на конце линии оставалось конечным, то при  $R_1 \rightarrow 0$  получился бы бесконечно большой ток  $\mathcal{I}$ , что физически невозможно. Бегущая волна не удовлетворяет ни одному из этих граничных условий. Природа здесь, как и во всех аналогичных случаях, находит простой выход из создавшегося положения: достигнув конца линии, волна *отражается* и бежит в обратном направлении. От наложения падающей и отраженной волн в линии возникает *стоячая волна*. Нет необходимости для такой волны повторять рассуждения § 140, проведенные для стоячих волн в свободном пространстве. Достаточно привести результаты. Колебания тока и напряжения в стоячей волне сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ . В случае незамкнутой линии на ее конце возникает узел тока и пучность напряжения. Если же линия закорочена, то появляется пучность тока и узел напряжения. Узлы тока являются пучностями напряжения, а пучности тока — узлами напряжения. Посередине между двумя пучностями тока находится пучность напряжения, посередине между двумя узлами тока — узел напряжения и т. д. Как в тех, так и в других узлах обращается в нуль один из векторов  $\mathbf{E}$  или  $\mathbf{H}$ , а с ним и вектор Пойнтинга  $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}]$ .

Электромагнитная энергия совершает колебательное движение между пучностью (узлом) тока и соседним узлом (пучностью) напряжения, но она *не может переходить* с одной стороны узла (пучности) на другую. Никакого направленного переноса энергии вдоль всей линии не происходит, как и должно быть в стоячей волне. Наиболее сильные вынужденные колебания тока и напряжения в линии возникают при тех же условиях, как и во всякой стоячей волне. Если, например, на обоих концах линии — пучность тока (напряжения), то это происходит тогда, когда в линии укладывается целое число полуволн.

5. Для демонстрации стоячих волн в системе Лехера берут два длинных и толстых голых провода и натягивают их от одного конца аудитории до другого. Провода располагаются в горизонтальной плоскости на расстоянии около 10 см друг от друга. Линия питается с одного конца ламповым генератором с длиной волны 3 м. Колебательный контур генератора имеет конденсатор переменной емкости, что позволяет настраивать линию в резонанс. Второй конец линии может быть либо свободным, либо закороченным. В качестве индикаторов для исследования стоячих волн применяются *неоновые лампочки*, включаемые между обоими проводами линии, а также небольшие *проволочные витки* с включенными в них лампочками от карманных фонариков. Витки располагаются горизонтально между проводами, как указано на рис. 370. Такие индикаторы лишь незначительно искажают поле стоячей волны. Неоновая лампочка загорается в тех местах, где есть элек-

трическое поле, создающее на ней напряжение, превосходящее потенциал зажигания. Она светится наиболее ярко в пучностях и гаснет в узлах напряжения. Электрические лампочки, напротив, горят наиболее ярко в пучностях и гаснут в узлах тока. Действительно, когда виток помещен в пучность тока, он пронизывается максимальным магнитным потоком. Так как этот магнитный поток переменный, то в витке возбуждается индукционный ток, и лампочка горит наиболее ярко. Если же виток находится в узле тока, то магнитный поток равен нулю, и индукционный ток не возникает. С помощью этих индикаторов легко исследовать распределение пучностей и узлов тока и напряжения.

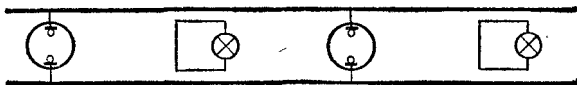


Рис. 370.

6. Стоячие волны можно демонстрировать также в катушках длиной 2—3 м, состоящих из однослойных витков тонкой проволоки (общая длина проволоки несколько километров). Один конец катушки присоединяют к ламповому генератору (длина волны  $\lambda \approx 300$  м), другой замыкают. В проволоке возникают стоячие волны тока, а в окружающем пространстве — переменные электромагнитные поля. Пучности электрического поля можно наблюдать, если параллельно катушке расположить длинную газосветную стеклянную трубку. Газ светится неравномерно, расстояния между максимумами свечения составляют обычно 20—30 см. Можно взять стеклянную трубку в форме кольца, наполненную неонем, и надеть ее на катушку. При перемещении вдоль катушки трубка периодически зажигается и гаснет. Можно также пользоваться трубками различной формы и наблюдать их свечение при перемещении вокруг катушки. Произвести количественные расчеты в этих случаях затруднительно.

### ЗАДАЧА

Провода лехеровой системы соединены между собой мостиком из катушки индуктивности, омического сопротивления и конденсатора (рис. 371). Комплексное сопротивление (импеданс) мостика равно  $Z$ . Провода и однородные среды, в которые они погружены, по разные стороны мостика могут быть разными, так что волновое сопротивление линии перед мостиком равно  $W$ , а за мостиком  $W'$ . Если на мостик падает волна, то она частично отражается, частично проходит дальше. Определить у мостика отраженную ( $\mathcal{I}_r$ ) и прошедшую ( $\mathcal{I}_d$ ) волны тока, а также ток через мостик  $\mathcal{I}$ , если ток падающей волны равен  $\mathcal{I}_e$ .

Решение. Напряжение в падающей, отраженной и прошедшей волнах у мостика:

$$V_e = W \mathcal{I}_e, \quad V_r = -W \mathcal{I}_r, \quad V_d = W' \mathcal{I}_d$$

(минус во второй формуле потому, что отраженная волна идет назад). По первому правилу Кирхгофа

$$\mathcal{I}_e + \mathcal{I}_r = \mathcal{I} + \mathcal{I}_d.$$

Напряжение между концами мостика можно представить следующими тремя выражениями:  $Z\mathcal{I}$ ,  $V_e + V_r$ ,  $V_d$ . Приравнявая их и выражая напряжения через токи, получим два уравнения:

$$Z\mathcal{I} = W(\mathcal{I}_e - \mathcal{I}_r), \quad Z\mathcal{I} = W'\mathcal{I}_d.$$

Решая эти уравнения совместно с предыдущим, найдем

$$\frac{\mathcal{I}_r}{\mathcal{I}_e} = \frac{WW' + (W - W')Z}{\Delta},$$

$$\frac{\mathcal{I}_d}{\mathcal{I}_e} = \frac{2WZ}{\Delta}, \quad \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}_e} = \frac{2WW'}{\Delta},$$

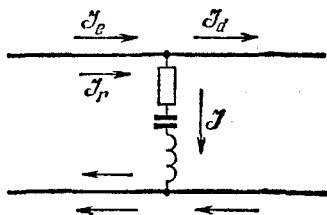


Рис. 371.

где

$$\Delta = WW' + (W + W')Z.$$

Если мостик поставлен на конец линии, то прошедшей волны не будет ( $W' = \infty$ ). В этом случае

$$\mathcal{I}_r = \frac{W - Z}{W + Z} \mathcal{I}_e, \quad \mathcal{I} = \frac{2W}{W + Z} \mathcal{I}_e.$$

Отсюда легко получить амплитуды и фазы токов  $\mathcal{I}_e$  и  $\mathcal{I}$  для замкнутой линии ( $Z = 0$ ) и для линии со свободными концами ( $Z = \infty$ ). В обоих случаях отражение полное, но с разными фазами. Если сопротивление мостика чисто реактивное ( $Z = iX$ ), то  $|\mathcal{I}_e| = |\mathcal{I}_r|$ : отражение также полное, наличие реактивного сопротивления сказывается только на положении узлов и пучностей. При  $Z = W$  получаем  $\mathcal{I}_r = 0$ , т. е. волна совсем не отражается. Ток, подойдя к мостику по одному из проводов, проходит через мостик, попадает в другой провод и возвращается к началу линии.

## § 144. Свойства быстропеременных токов. Скин-эффект

1. В металлах из-за их высокой проводимости основную роль играет *ток проводимости*, по сравнению с которым током смещения можно полностью пренебречь. Благодаря этому проникновение магнитного поля в металл в математическом отношении вполне аналогично *процессу диффузии*.

Напомним сначала простейшие уравнения, которыми описывается процесс диффузии частиц вещества. Пусть частицы помещены в длинную прямолинейную трубу, направленную параллельно оси  $X$  (рис. 372). Поперечное сечение трубы для простоты будем считать равным единице. Концентрация частиц  $n$  является функцией координаты  $x$  и времени  $t$ . Если  $j(x)$  — плотность диффузионного тока, то приращение в единицу времени числа частиц в слое, заштрихованном на рисунке, представится разностью  $j(x) - j(x + dx) = -\frac{\partial j}{\partial x} dx$ . То же приращение равно  $\frac{\partial n}{\partial t} dx$ . Таким